目次

第Ⅱ章　電気と磁気

第１節　電場と電位

①. 電場

1　電荷

物体は原子の集まりであり、原子は陽子・中性子・電子からできている。陽子・電子の間には引力が働き、陽子同士・電子同士には斥力がはたらく。この力の原因となるものを「　**電荷**　」という。

陽子は正の電荷をもっており、電子は負の電荷をもっている。電荷は陽子や電子が集まることによって増えることができるため、電荷の最小単位は陽子と電子のもつ電荷となる。陽子と電子は同じ大きさの電荷eをもち、

$$e = 1.60\times10^{-19}\,[\mathrm{C}]$$

である。このeを「　**電気素量**　」という。

2　クーロンの法則

クーロンは実験により、真空中で距離rにある２つの電荷q_1、q_2の間にはたらく力の大きさFは

$$\boxed{F = k_0\frac{q_1q_2}{r^2}}$$

であらわされることを発見した。これを「　**クーロンの法則**　」という。比例定数k_0は真空中の値で、

$$k_0 = 9.0\times10^{9}\,[\mathrm{N\cdot m^2/C^2}]$$

である。ほかの物質中の場合は違う比例定数になる。ただし、空気中ではほぼk_0と同じであるため、特別な場合を除いてk_0をつかう。

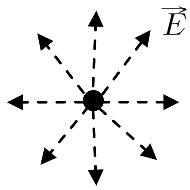
＊＊＊

3　電場

電気の力は離れた物体の間にはたらく。これをうまく表すために、空間の状態という考え方を使う。いま、電荷Qがあるとすると、Qは周りにある空間の状態をつくる。近く電荷はその空間による力を受けると考える。この空間を「　**電場**　」もしくは「　**電界**　」という。電場はまわりに電荷を置いたときに受ける力の大きさと向きによって表される。電場はベクトルであり$\vec{E}$と表す。電場$\vec{E}$の中にある電荷qが受ける力$\vec{F}$は

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

である。



＊＊＊

4　点電荷がつくる電場

大きさが無視できるくらい小さな電荷を「　**点電荷**　」という。いま、点電荷Qがあり、Qから距離rのところに点電荷qをおくと、クーロンの法則よりqは

$$F = k_0\frac{Qq}{r^2}$$

の大きさの力を受ける。また、q はQ のつくる電場$\vec{E}$ によって

$$\vec{F}=q\vec{E}$$

の力を受けるはずであるから、２つの式を見比べることにより、点電荷Q のつくる電場は

$$E=k_0\frac{Q}{r^2}$$

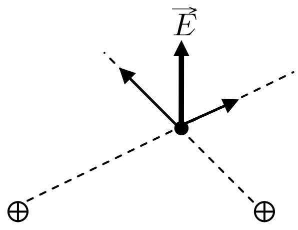
であることが分かる。電場の向きは$Q>0$ ならQ と反対向き、$Q<0$ ならQ の方を向く。

＊＊＊

5 電場の合成

電場は「 **ベクトル** 」で表される。空間に複数の電荷がある場合、空間にできる電場は各電荷がつくる電場ベクトルを合成することによって求められる。これを「 **電場の重ね合わせの原理** 」という。

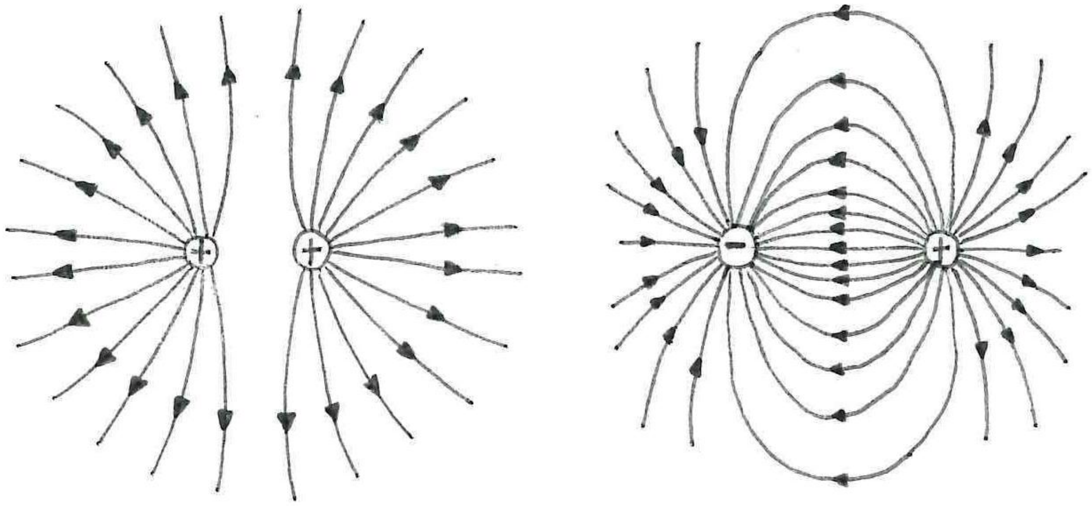
＊＊＊



２つの正電荷がつくる電場

6 電気力線

空間の各点に存在する電場の向きに、矢印の付いた線をつなげると電場の様子や強さを表すことができる。この線を「 **電気力線** 」という。電気力線は正電荷から出る。また、負電荷に電気力線は入る。



電気力線は電場の強いところで「 **密** 」となり、弱いところで「 **疎** 」となる。

電場の強さは電気力線の密度でわかるとした。電気力線の密度と、電場の強さの値はどのような関係にあるか考える。電気力線の密度は単位面積を垂直につらぬく電気力線の本数とする。Q[C] の点電荷から出る電気力線をN 本とする。点電荷からr だけ離れた場所の電気力線の密度は、半径r の球の表面積が$4\pi r^2$ であるから

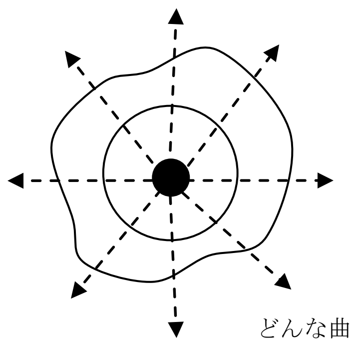
$$\frac{N}{4\pi r^2}$$

またr だけ離れた場所の電場は、

$$E=\frac{k_0Q}{r^2}$$

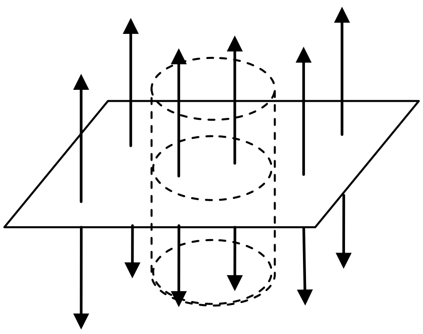
であるから、密度とE が等しいとすれば

$$N=4\pi k_0 Q$$


どんな曲面でも$4\pi k_0Q$

となる。すべての曲面をつらぬく電気力線の本数は、局面の内部にある電荷Q[C]で決まり、$4\pi k_0 Q$である。

7　平面に一様に分布した電荷による電場

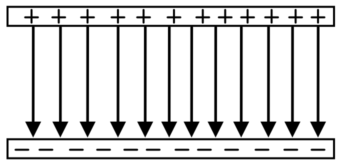


広い平面に電荷が一様（どこも同じ密度で）に分布しているとする。このとき周りにできる電場を求めてみよう。

電場は平面に対して平行な成分は打ち消し合い、垂直方向を向く。いま、右図のような、円の部分が面積Sの円柱を閉曲面とする。閉曲面内に電荷がQだけあるとすると、円柱をつらぬく電気力線は$4\pi k_0 Q$本である。電気力線は円柱の下面と上面のみをつらぬくから電場は、

$$\boxed{E=\frac{4\pi k_0 Q}{2S}=\frac{2\pi k_0 Q}{S}}$$

☆一様な電場と電気力線



広くて薄い金属板に２枚に、正負の電荷を与えて近づけると金属板の間に一方向の電場ができる。広い範囲で向きや強さが一定の電場を「　**一様な電場**　」という。

＊＊＊

②. 電位

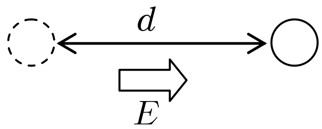
1　電位と電位差

一様な電場Eによって点電荷qが、点Ａから点Ｂまで距離dだけ移動したとする。このとき点電荷は力$F=qE$受けているので、電場が点電荷にした仕事Wは

$$\boxed{W=qEd}$$

である。また、電場中にある電荷は仕事を受けるので、位置エネルギーをもっているといえる。点Ｂを基準とした、点Ａの位置エネルギーをUとすると、$U=W=qEd$である。

単位電荷に対する位置エネルギーを「　**電位**　」という。電位Vは



$$\boxed{V=\frac{U}{q}}$$

であり、単位は「　**ボルト**　」（記号Ｖ）である。

電位はどこを基準に取るかによって値が変わる。しかし、２点間の電位の差は変わることが無い。この電位の差を「　**電位差**　」という。点Ａの電位をV_A、点Ｂの電位をV_Bとすると、AB 間の電位差V_{AB}は$V_{AB}=V_A-V_B$である。よって

$$V=\frac{U}{q}=\frac{W}{q}$$

であるから、

$$\boxed{W=q(V_A-V_B)=qV_{AB}}$$

となる。電子が１Ｖの電位差によって受ける仕事の量を「　**１電子ボルト**　」もしくは「　**エレクトロンボルト**　」と（記号eV）いい、エネルギーの単位として使われることがある。また、

$$1\,[\mathrm{eV}]=1.60\times10^{-19}[\mathrm{J}]$$

である。

2　一様な電場と電位差

一様な電場が電荷にする仕事Wは

$$W = qEd$$

であった。また、

$$V = \frac{W}{q}$$

であるから、

$$\boxed{E = \frac{V}{d}}$$

が成り立つ。この式より、電場の単位を「ボルト毎メートル」（記号 V/m）と表すこともある。

＊＊＊

3　点電荷のまわりの電位

正の点電荷Qが原点にあるとする。距離rの位置に正の点電荷qがあると、この電荷が受ける力Fは

$$F = k_0 \frac{Qq}{r^2}$$

である。これは、万有引力において$G \to k_0$、質量→電荷、と置き換えただけである。よって、静電気による位置エネルギーも万有引力の場合と同じように求めることができる。ただし、万有引力と違い、Qとqには斥力がはたらくので、点電荷qの位置エネルギーUは符号が変わり、

$$\boxed{U = k_0 \frac{Qq}{r}}$$

となる。また、

$$V = \frac{U}{q}$$

であったから、距離rの位置の電位は

$$\boxed{V = k_0 \frac{Q}{r}}$$

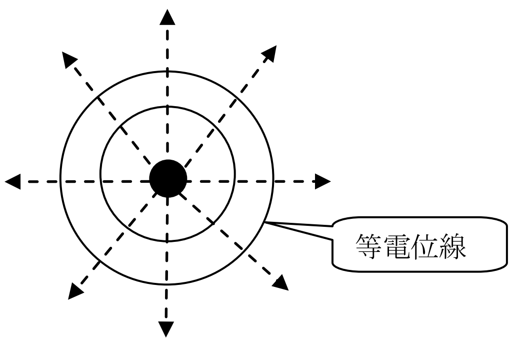
点電荷は半径を考えないので、
r→0で無限大になる。

である。

＊＊＊

4　等電位面と電気力線

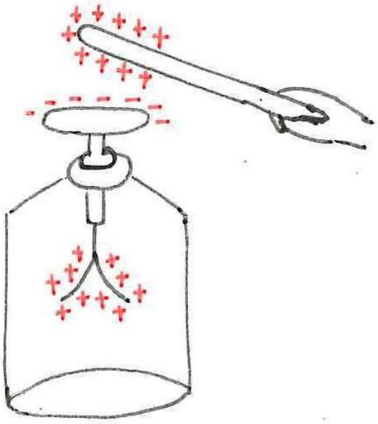
電荷のある平面において、電位の同じ点をつなげたものを「　**等電位線**　」という。等電位線は電気力線に対して「　**垂直**　」である。同様に空間の場合に電位の同じ点をつなげたものを「　**等電位面**　」という。



＊＊＊

5　導体と静電誘導

金属などの電気をよく通す物質を「　**導体**　」という。導体の中には自由に動くことのできる電子、「　**自由電子**　」が存在する。導体に電荷を近づけると、自由電子を引きよせたり、遠ざけたりすることができる。このとき自由電子が移動することにより、導体の両側に電荷が現れる。この現象を「　**静電誘導**　」という。



この現象を利用したものとして「　**はく検電器**　」がある。上側の導体に、帯電した物体を近づけると自由電子が移動し、導体の上下が電荷をもつ。導体の下側は２枚の箔に分かれており、帯電すると反発しあって開く。これによって物体が電荷をもっているか調べることができる。

6　電場中の導体

電場中に導体を置くと、導体中の自由電子が電場により移動する。自由電子が移動すると導体自身も電場をつくるようになる。やがて、自由電子が移動を終えると、導体がつくる電場は、外部の電場を打ち消すような形をとる。つまり、導体内部の電場は「　**0**　」になる。（自由電子の移動はすぐに終わる）

電場中にある導体は以下の性質をもつ

１．導体内部の電場は０である。

２．導体表面は等電位であり、電気力線は導体表面に垂直に接する。

３．導体に電荷を与えると、電荷は表面に分布する。（導体内部の電場を０に保つ）

導体の内部が空洞の場合は、空洞部分も電場が 0 となる。つまり、物体を導体で囲むことによって、外部の電場による影響を防ぐことができる。これを「　**静電しゃへい**　」もしくはシールドという。

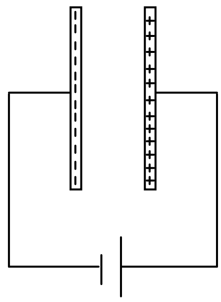
地球は全体として「　**導体**　」と見ることができるので、地球の電位を基準とすることが多い。電気器具を導体で地球とつなぐことを「　**接地**　」またはアースといい、感電防止などに使用する。

7　電場中の不導体

電気を通さない物質を「　**絶縁体**　」もしくは不導体という。電場中に不導体をおくと、表面にいくらか電荷が現れる。これは不導体内部の電荷がわずかに変位することによって起こる。この現象を「　**誘電分極**　」という。この性質のため、不導体を「　**誘電体**　」ともいう。

③. コンデンサー

1 コンデンサーの原理



近づけた２つの導体板に電圧をかけると、導体板にそれぞれ異種の電荷が集まる。このように電荷を蓄える装置を「　**コンデンサー**　」という。特に、平行な導体板（極板）を使用したものを平行板コンデンサーという。

コンデンサーに電池などをつなぐと、コンデンサーに電荷がたまる。これを「　**充電**　」という。コンデンサーは電池と逆向きの電圧を作り、電池と同じ電圧になるまで電荷がたまる。電池を外してもコンデンサーは充電されたままであるが、電池の代わりに導線でつなぐと電流が流れて電荷はなくなる。これを「　**放電**　」という。

コンデンサーの２つの導体板に蓄えられる電荷は、正負が逆で「　**等量**　」となる。

2 平行板コンデンサーの電気容量

コンデンサーに蓄えられる電荷Qは、極板にかかる電圧Vと定数Cによって

$$Q = CV$$

となる。定数Cはコンデンサー固有の値で「　**静電容量**　」といい、単位は「　**ファラド**　」（記号F）である。

電気容量Cはコンデンサーの「　**極板面積**　」Sに比例し、「　**極板間隔**　」dに反比例する。これは、極板に電荷が一様に蓄えられ、間隔が狭いほど極板間の電場が強く電荷が引き寄せられるためである。極板の間が真空であるとき、定数ε_0を用いて

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

となる。ε_0は真空の「　**誘電率**　」と呼ばれる値で、

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ [\mathrm{C^2/(N \cdot m^2)}]$$

である。真空の電気容量をC_0と表すことがある。

3 電気容量と誘電体

極板間が真空ではなく、誘電体である場合を考える。コンデンサーの電気容量Cは誘電体（物質）によって決まる値εを用いて

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

となる。このεを単に「　**誘電率**　」という。この式から誘電率の単位はファラド毎メートル（記号F/m）が使われることがある。必ずεはε_0よりも「　**大きい**　」。また、

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{C}{C_0}$$

を「　**比誘電率**　」という。

＊＊＊

4　コンデンサーの接続

電気回路において、コンデンサーを直列または並列につないだ場合、コンデンサー全体をある一つのコンデンサーと見なすことができる。

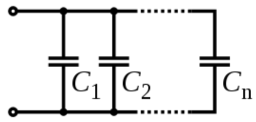
☆並列接続

２つのコンデンサーの電気容量をC_1、C_2とする。この２つを並列につなぎ、電圧Vをかけると、2つ合わせた電気容量Cは

$$C = C_1 + C_2$$

となる。同様に電気容量C_1、C_2、C_3、・・・、C_nのコンデンサーを並列につないだときの合わせた電気容量は

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n$$



となる。全てのコンデンサーに同じ電圧がかかるので足し算になると覚える。

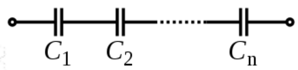
☆直列接続

２つのコンデンサーの電気容量をC_1、C_2とする。この２つを直列につなぎ、2つの外側に電圧Vをかけると、2つ合わせた電気容量Cは

$$C = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

となる。直列につなぐと各コンデンサーにかかる電圧が分散されるため、並列のときより合わせた電気容量は小さくなる。同様にC_1、C_2、C_3、・・・、C_nのコンデンサーを直列につないだときの合わせた電気容量Cは

$$C = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$



となる。

＊＊＊

5　静電エネルギー

コンデンサーは放電によって、電流を流すことができる。すなわち充電されたコンデンサーはエネルギーを持っている。このエネルギーを「　　**静電エネルギー**　　」という。

コンデンサーに貯められるエネルギーは充電される過程を考えることによって求められる。コンデンサーに電圧Vをかけた場合を考える。電荷は徐々に極板に集まり、その電荷によってコンデンサー間に電位差が生まれる。いま、充電中のコンデンサーに電荷Q_1が集まり、電位差V_1が生じているとすると、さらに微小な電荷ΔQを貯めるには$\Delta Q \cdot V_1$ [J] の仕事が必要である。電荷ΔQが貯まると電位差は増加する。電位差は$Q = CV$で与えられるから、電位差は電荷に比例して増加する。よって静電エネルギーは$Q = CV$グラフの下部の面積になる。よって、

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

である。

＊＊＊

第２節　電流と磁場

①. 電流

1　オームの法則と電圧降下

　ある抵抗値Rを持つ物体に、電圧Vをかけたとき流れる電流Iは

$$I=\frac{V}{R}$$

で求められた。この式を変形すると$V=RI$となる。つまり、抵抗の両端ではVだけ電位差があり、電流の向きを考えるとRIだけ電圧が下がることになる。これを「　**電圧降下**　　」という。

2　キルヒホッフの法則

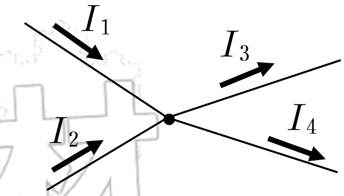
　多くの部品や導線を用いた複雑な回路においても、必ず成り立つキルヒホッフ法則というものがある。法則は第１と第２の２つあり、

☆キルヒホッフの第１法則

回路中の任意の分岐点に流れ込む電流の和と、流れ出る電流の和は等しい

　例として、右図において

$$I_1+I_2=I_3+I_4$$



が成り立つ。電流は電子の流れる量であるが、電子は回路中で消えてなくなるようなことは無い。これが第１法則の成り立つ理由である。

☆キルヒホッフの第２法則

回路中の任意の閉じた経路に沿って１周するとき、電池の起電力の総和は、

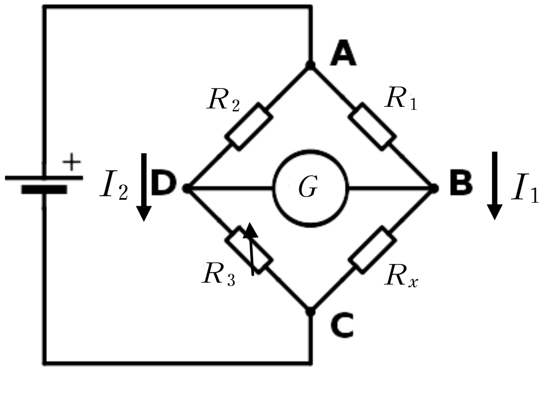
抵抗による電圧降下の総和に等しい

　これは、回路の中を１周すると電位はもとに戻るという意味である。

3　ホイートストンブリッジ

　抵抗値のわからない抵抗があるとき、抵抗を調べるための回路として「　**ホイートストンブリッジ**　」がある。

　ホイートストンブリッジは抵抗値のわかっている抵抗R_1、R_2と可変抵抗R_3、検流計（微小電流計）Gを用いる（右図）。未知の抵抗R_xをつなぎ、検流計に電流が流れないようにR_3の抵抗値を調節する。このときＢとＤは等電位だから



$$I_1R_1=I_2R_2$$

$$I_1R_x=I_2R_3$$

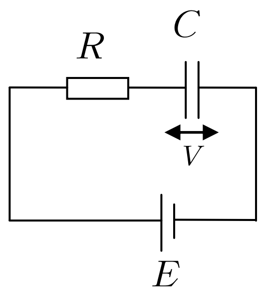
であり、

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_x}{R_3}$$

が成り立つ。この式を用いてR_xを測定することができる。

＊＊＊

4 コンデンサーを含む直流回路



右図のように電池、抵抗、コンデンサーを直列につないだ場合を考える。はじめ、コンデンサーは充電されていないとすると、コンデンサーの電位差Vは０である。抵抗に電位差Eがかかり、流れる電流Iは

$$I=\frac{E}{R}$$

である。電流が流れ始めるとコンデンサーに電荷がたまり、電位差Vは増加する。コンデンサーの電位差はEと逆向きなので、このとき流れている電流は

$$I=\frac{E-V}{R}$$

となる。やがて、コンデンサーの電位差はEと等しくなり、回路に電流は流れなくなる。つまり、

$$I=0$$

となる。まとめると電流は、

$$I=\frac{E}{R} \Rightarrow I=\frac{E-V}{R} \Rightarrow I=0$$

のように変化する。

＊＊＊

②. 磁場

1 磁石と磁極

磁石を２つ近づけると、引きあったり、反発したりする。磁石を回転できるようにつるして、北を向く方をＮ極（正極）、南を向く方をＳ極（負極）という。また２つをまとめて「 **磁極** 」という。

磁極の間には静電気力のような力がはたらき、これを「 **磁気力** 」という。磁極の強さがm_1、m_2の磁極の間にはたらく力Fは、磁極間の距離rと比例定数kを用いて、

$$F=k\frac{m_1m_2}{r^2}$$

である。これを磁気に関するクーロンの法則という。kの値は空間の物質によって変わる。磁極の強さを表す単位は「 **ウェーバー** 」（記号Wb）である。

電荷と違い、磁極はＮ極やＳ極が単独で現れることはなく、必ず対になる。

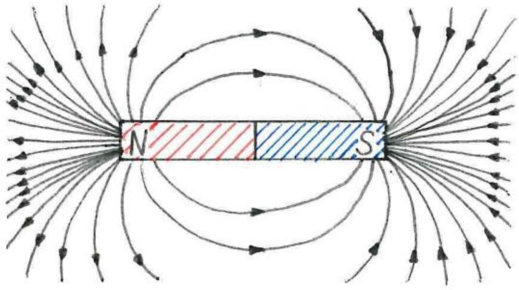
2 磁場

静電気力における電場に当たるものを磁気力にも用いてこれを「 **磁場** 」もしくは磁界という。磁場はベクトルであり$\vec{H}$と表される。磁場の単位は「 **ニュートン毎ウェーバー** 」（記号N/Wb）である。磁場$\vec{H}$の中にある強さmの磁極がうける磁気力$\vec{F}$は

$$\vec{F}=m\vec{H}$$

である。

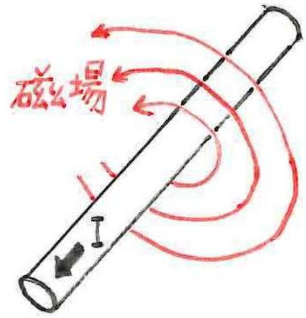
3 磁力線



電場に対する電気力線のように、磁場を表すものとして「 **磁力線** 」がある。性質は電気力線とほぼ同じであり、N極から出てS極に入る。

4 直流電流がつくる磁場

エルステッドは電流の流れる導線のまわりに磁場が生じることを発見した。直線状の導線に流れる電流がつくる磁場は導線を中心とする「 **同心円状** 」であり、向きは電流の向きに進む「 **右ねじ** 」の回転する向きになる。この関係を右ねじの法則という。



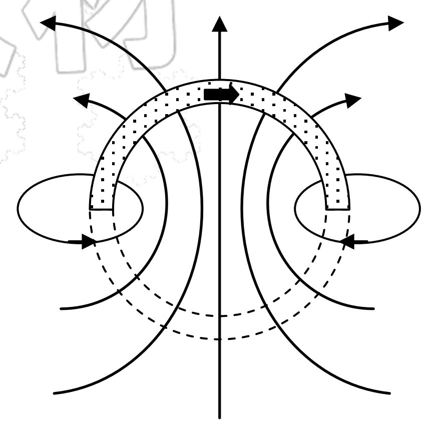
直線上の電流I[A] がつくる磁場の強さHは、電流からの距離をr [m] として

$$\boxed{H=\frac{I}{2\pi r}}$$

この式より磁場の強さの単位に「アンペア毎メートル」（記号A/m）を使うことがある。

＊＊＊

5 円形電流がつくる磁場



円形導線に電流が流れているときにできる磁場は右図のようになる。導線に流れる電流をI[A] とし、導線の半径をr [m] とすると、円の中心部における磁場のつよさH[A/m] は

$$\boxed{H=\frac{I}{2r}}$$

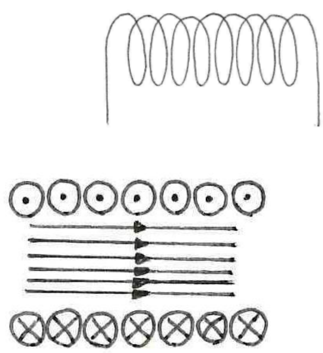
である。円形導線がN回巻いてある場合、中心部の磁場の強さは足し算して

$$\boxed{H=N\frac{I}{2r}}$$

になる。

＊＊＊

6 ソレノイドの電流がつくる磁場



導線をらせん状に巻いたものをコイルという。特に長いコイルを「 **ソレノイド** 」という。ソレノイドに電流を流すと、内部には軸と平行で、強さが「 **どこでも** 」等しい磁場ができる。よって、ソレノイドの内部には一様な磁場ができる。

1 [m] あたりにn回巻いてあるソレノイドにI[A] の電流が流れているとき、ソレノイドの内部における磁場の強さH[A/m] は

$$\boxed{H = nI}$$

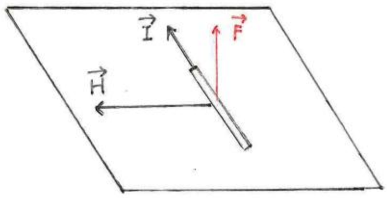
である。ただし、ソレノイドの両端近くでは当てはまらない。

＊＊＊

③. 電流が磁場から受ける力

1　磁場中で電流が受ける力

　磁場中にある導線に電流を流すと、磁場と導線が平行な場合を除いて、導線は力を受ける。磁場H[A/m]の中に、長さl[m]の導線を磁場に垂直に入れ、電流I[A]を流す。このとき、導線が受ける力F[N]は比例定数μを用いて



$$F = \mu IHl$$

である。導線と磁場のなす角がθであるとすると力F[N]は

$$F = \mu IHl\sin\theta$$

となる。力を受ける向きはフレミング左手の法則によってわかる。

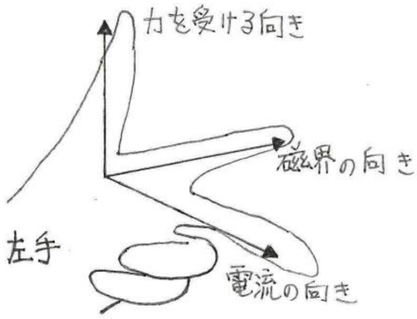
μは空間を満たす物質によって決まる定数であり、「　**透磁率**　」という。単位は[Wb/(A･m)]または[N/A^2]が用いられる。真空の透磁率はμ_0で表し、

$$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,[\mathrm{N/A^2}]$$

である。また、

$$\frac{\mu}{\mu_0}$$

を「　**比透磁率**　」という。



フレミング左手の法則

2　磁束密度と磁場

　透磁率μと磁場の強さH[A/m]は一緒に出てくることが多いので

$$\boxed{B = \mu H}$$

として、このBを「　**磁束密度**　」と呼ぶ。Bもベクトルであり、単位は「　**テスラ**　」（記号T）である。これを用いると電流の流れている導線が磁場から受ける力は

$$F = \mu IHl\sin\theta = IBl\sin\theta$$

となる。

☆磁化

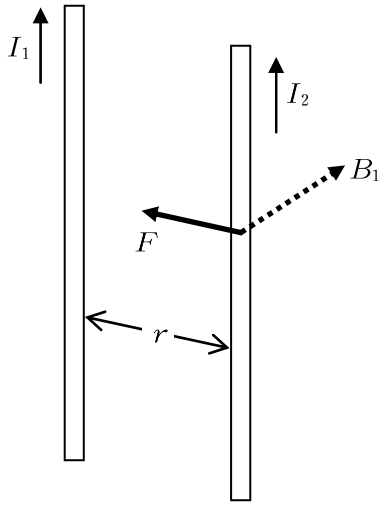
　鉄などに磁石を近づけると、互いに引きつけられる。これは磁石の磁場によって、鉄が磁石の性質をもつようになるためである。磁場によって物質が磁石の性質をもつことを「　**磁化**　」という。鉄などは強く磁化されるので「　**強磁性体**　」という。ほとんどの物質は弱く磁化し「　**常磁性体**　」という。また、磁場と逆向きに磁化する物質を「　**反磁性体**　」といい、磁石を近づけると反発する。

＊＊＊

3　平行電流間にはたらく力

真空中に２本の長い導線を平行に置き、２本の導線に電流を流すと、導線は力を受ける。いま導線間の距離をr[m]とし、導線にそれぞれ電流I_1, I_2[A]が同じ向きに流れているとする。I_1がI_2の位置につくる磁束密度B_1[T]は

$$B_1 = \mu_0 H = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi r}$$



である。B_1はI_2に垂直だから、I_2がB_1から受ける力F[N]は、導線の長さl[m]あたり、

$$F = I_2 B_1 l = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} l$$

となる。I_1が受ける力も同様に求めることができる。力の向きは互いに引き合う向きになる。また、電流の向きが逆の場合は反発しあう。

＊＊＊

④. ローレンツ力

1　荷電粒子が磁場から受ける力

磁場の中で運動する荷電粒子は力を受ける。電流の流れる導線が磁場中から受ける力は、自由電子が受ける力の総和である。電荷q[C]の荷電粒子がB[T]の磁場に垂直にv[m/s]で運動しているとき、荷電粒子が受ける力f[N]は

$$f = qvB$$

である。速度と磁場のなす角がθであるとき

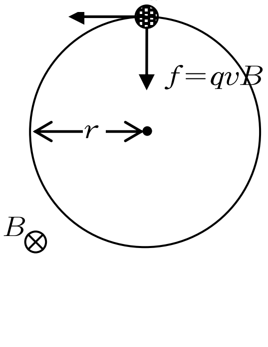
$$f = qvB\sin\theta$$

となる。力の向きは電荷の運動を電流として、フレミング左手の法則によって求められる。電荷が負の場合は運動と電流の向きが逆になる。荷電粒子が磁場から受ける力を「　　ローレンツ力　　」という。

2　磁場中での荷電粒子の運動

荷電粒子が一様な磁場に対して垂直に速度v[m/s]で運動しているとする。荷電粒子は速度と垂直に一定の力を受けるため、等速円運動をする。荷電粒子はq[C]、m[kg]で、等速円運動の半径をr[m]、磁場をB[T]とすると、向心力＝ローレンツ力として

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$



が成り立つ。よって、

$$r = \frac{mv}{qB}$$

である。また、周期T[s]は

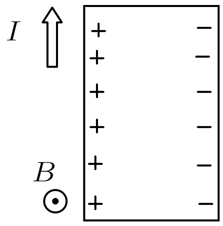
$$T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{2\pi m}{qB}$$

となる。

荷電粒子が磁場に斜めに入射した場合は、らせん状に運動する。これは磁場の方向に等速運動、磁場に垂直に等速円運動するため、重ね合わせるとらせん状になる。

＊＊＊

3　ホール効果

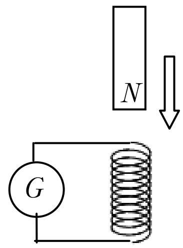


電流の流れている金属板を磁場中に置くと、自由電子はローレンツ力により金属板の片側（電流に垂直の向き）に集まる。この自由電子の偏りによって金属板内に電場ができる。この現象を「　　**ホール効果**　　」という。電場は、自由電子が受けるローレンツ力と電場による力がつり合う大きさになる。この性質を利用すると、金属板の電場（起電力）を測ることによって磁束密度を求めることができる。

第３節　電磁誘導と交流

①. 電磁誘導

1　ファラデーの電磁誘導の法則

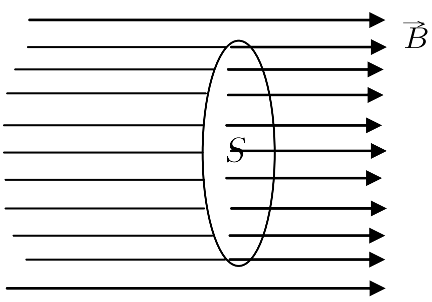


コイルに検流計をつなぎ、コイルに磁石を近づけると検流計に電流が流れる。磁石をとめると電流はなくなり、遠ざけると近づけた時と逆向きの電流が流れる。このようにコイルをつらぬく磁場が時間的に変化したとき、コイルに電流が流れる。この現象を「　**電磁誘導**　」という。電磁誘導によって生じる起電力を「　**誘導起電力**　」といい、流れる電流を「　**誘導電流**　」という。

☆電磁誘導の法則

$\vec{B}$[T]の一様な磁場中に、面積S[m^2]の円形の導線を磁場に垂直に置いたとき

$$\Phi=BS$$

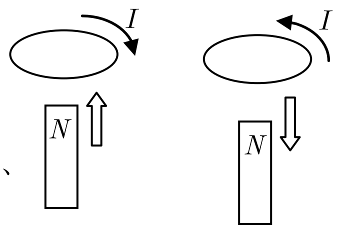


とし、このΦを「　**磁束**　」という。磁束の単位は磁極と同じウェーバーWbが用いられる。

実験により、電磁誘導には以下の法則が成り立つことが分かる。

（１）誘導起電力は、誘導電流のつくる磁場が、コイルをつらぬく磁束の変化を「　**妨げる**　」ような向きに生じる。

（２）誘導起電力の大きさは、コイルをつらぬく磁束の単位時間あたりの「　**変化量**　」に比例する。



これら（1）、（2）をあわせて**ファラデーの電磁誘導の法則**という。

１回巻きのコイルをつらぬく磁束がΔt[s]の間に$\Delta\Phi$[Wb]変化したとき、コイルに生じる誘導起電力V[V]は

$$V = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

となる。N 回巻きのコイルの場合は、１回巻きが N 個直列につながっているとして、

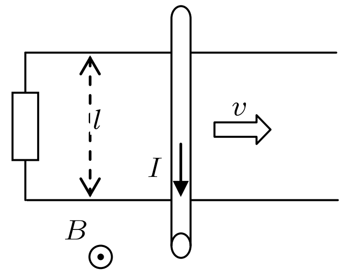
$$V = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

となる。

＊＊＊

2　磁場中を動く導体

磁束は、磁束密度と面積の積であるから、磁束密度が変化しなくても「　**面積**　」が変化することによって誘導起電力が生じる。



右図のように一様な磁場B[T]に垂直にコの字型導線（幅l [m]）を置き、導線の上に導体棒を置く。導体棒を導線の上で動かすと回路に起電力が起きる。導体棒の動く速度をv [m/s]とすると、回路をつらぬく磁束は単位時間にBvlだけ増加する。このとき誘導起電力の大きさをV[V]とすると

$$V = vBl$$

となる。流れる電流の向きは時計回りで、磁束を減少させる（変化を妨げる）向きとなる。電流の向きは導体棒中の自由電子が移動すると考えて、フレミング左手の法則を用いても求められる。

＊＊＊

2　磁場中を動く導体棒に必要な力

前項で導体棒を動かすために必要な力と仕事率を求める。回路に抵抗R[Ω]がついているとすると、回路に流れる電流I[A]はオームの法則より

$$I = \frac{V}{R} = \frac{vBl}{R}$$

となる。導体棒が磁場から受ける力F[N]は

$$F = IBl = \frac{vB^2l^2}{R}$$

であり、vと逆向きである。導体棒をv [m/s]で動かし続けるには、外力を加え続けなければならない。この外力の仕事率P[W]は

$$P = Fv = IBlv$$

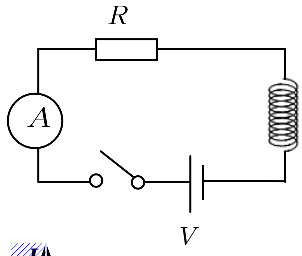
である。また、$V = vBl$より

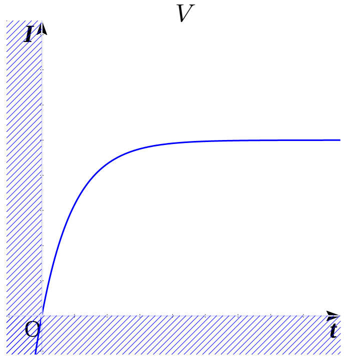
$$P = IV$$

となり、すなわち外力が行う仕事はすべて電力として消費される。

＊＊＊

3 自己誘導





右図のように電池に抵抗とコイルをつないでスイッチを入れると、電流は「　**すぐに**　」は一定にならず、次第に増加して一定になる。

コイルに電流を流すと磁場が発生するが、磁場はコイル自身も貫いている。電流が変化することにより、コイルをつらぬく磁束も変化するので、コイルには誘導起電力が生じる。この現象を「　**自己誘導**　」という。

N 回巻きのコイルに生じる誘導起電力V[V] は

$$V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

であるが、電流I[A] のつくる磁束Φ[Wb] は電流に比例するので、比例定数をkとして

$$\Phi=kI$$

が成り立つ。この式より$\Delta\Phi=k\Delta I$であるから

$$V=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-Nk\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

となる。$L=Nk$とおくと

$$\boxed{V=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}}$$

と表される。Lを「　**自己インダクタンス**　」といい、単位はヘンリー（記号H）である。

＊＊＊

5 コイルに蓄えられるエネルギー

コイルに電流を流すためには、コイルによる逆起電力に逆らって電流を流す仕事をしなければならない。Δt [s] 間に電流をI[A] から$I+\Delta I$[A] まで増やすとき、逆起電力V[V] に逆らって電荷$q=I\Delta t$ [C] を運ぶことになる。このとき必要な仕事ΔW[J] は

$$\Delta W=qV=VI\Delta t=L\frac{\Delta I}{\Delta t}\cdot I\Delta t=LI\Delta I$$

$$V=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

となる。これは、コンデンサーの静電エネルギーを求める式と形が同じで、$\Delta Q\to\Delta I$、$V\to LI$とした場合である。よって同様の方法より、コイルに蓄えられるエネルギーU[J] は

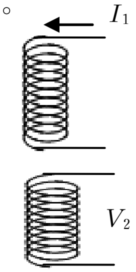
$$\boxed{U=\frac{1}{2}LI^2}$$

であることが分かる。コイルは磁場のエネルギーを蓄えることができる。

＊＊＊

6 相互誘導

コイルのまわりで磁石を動かすかわりに、もう一つのコイルを近づけて電流を変化させることによって誘導起電力を起こすことができる。また、２つのコイルのうちどちらの電流を変化させても、もう一方のコイルに誘導起電力を起こすことができる。この現象を「　**相互誘導**　」という。



コイル１とコイル２を近づけて、コイル１に電流I_1[A]を流す。このとき、コイル２をつらぬく磁束はI_1に比例する。いまΔt[s]間にコイル１の電流がΔI_1[A]変化したとすると、コイル２の誘導起電力V_2[V]は、比例定数Mを用いて

$$V_2 = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

となる。Mは「　**相互インダクタンス**　」といい、単位はヘンリーである。このMはコイルの性質や、位置関係で決まる。また、コイル２の電流をΔt[s]間にΔI_2[A]変化させたとき、コイル１の誘導起電力V_1[V]は

$$V_1 = -M\frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

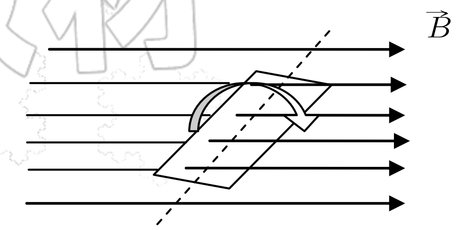
であり、Mは先ほどのMと同じ値である。

＊＊＊

②. 交流

1 交流の発生

家庭用コンセントの電圧を測ると、向きや大きさが周期的に変化していることが分かる。このような電気的な現象を「　**交流**　」という。



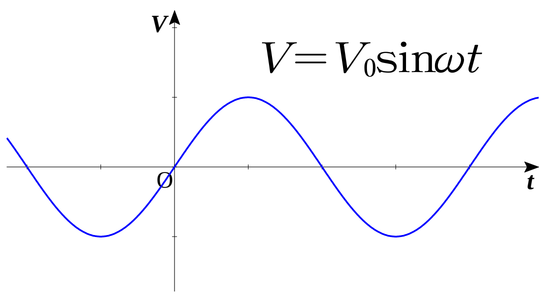
コイルを磁場の中で、磁場に垂直な軸周りに回転させると、コイルに生じる誘導起電力は時間的に変化する。磁束密度Bの中で、面積Sのコイルを一定の角速度ωで回転させる場合を考える。コイルをつらぬく磁束Φは時刻をtとして

$$\Phi = BS\cos\omega t$$

ωtはコイル面の法線と磁場のなす角

となる。よってコイルの誘導起電力は

$$V = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = BS\omega\sin\omega t$$



であり、$V_0 = BS\omega$として

$$V = V_0\sin\omega t$$

このように、正負が周期的に変わる電圧を「　**交流電圧**　」という。また交流電圧を用いて流れる電流を「　**交流電流**　」という。交流電圧のωを「　**角周波数**　」という。ωtを位相といい、周期は$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$であり、$f=\dfrac{1}{T}$を「　**周波数**　」という。

＊＊＊

2　交流と抵抗

抵抗 $R\,[\Omega]$ に交流電圧 $V=V_0\sin\omega t$ をかけると流れる電流 $I\,[\mathrm{A}]$ は

$$I=\frac{V}{R}=\frac{V_0}{R}\sin\omega t=I_0\sin\omega t$$

$I_0=\frac{V_0}{R}$

となる。これより電圧と電流は「　**同位相**　」であることが分かる。抵抗で各瞬間に消費される電力 $P[\mathrm{W}]$ は

$$P=IV=I_0V_0\sin^2\omega t$$

倍角の公式

であるが、1周期の平均 $\overline{P}[\mathrm{W}]$ は

$$P=I_0V_0\cdot\frac{1}{2}(1-\cos 2\omega t)$$

であることを用いて

0から2πまでtで積分

$$\overline{P}=\frac{1}{2}I_0V_0$$

となる。直流の場合は $\overline{P}=IV$ であるから、交流において

$$I_e=\frac{I_0}{\sqrt{2}}\qquad V_e=\frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

とおくと

$$\overline{P}=I_eV_e=I_e{}^2R=\frac{V_e{}^2}{R}$$

と直流のように表すことができる。I_e、V_e をそれぞれ交流電流、交流電圧の「　**実効値**　」という。これに対し、I、V を「瞬時値」という。

＊＊＊

3　交流とコイル

コイルに交流電圧をかける場合を考える。コイルの自己インダクタンスを $L\,[\mathrm{H}]$、交流電圧 $V[\mathrm{V}]$ を

$$V=V_0\sin\omega t$$

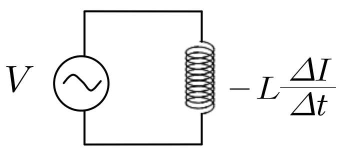
とする。コイルには電流の変化による誘導起電力が生じ、大きさは

$$-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

である。キルヒホッフの第２法則から

$$V-L\frac{\Delta I}{\Delta t}=0$$

電圧降下は０



となる。これより

$$\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{V_0}{L}\sin\omega t$$

となる。この式を満たす電流 I は

$$I=-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t$$

である。三角関数の公式によって sin を使って表すと

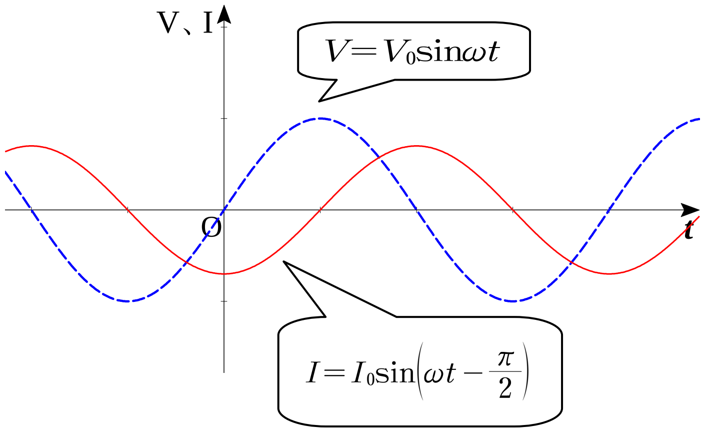
$$I=-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t=\frac{V_0}{\omega L}\sin\omega t=I_0\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

$I_0=\frac{V_0}{\omega L}$

となる。電圧$V=V_0\sin\omega t$と比べると、電流は

電圧よりも位相が$\frac{\pi}{2}$「　**遅れている**　」

ことがわかる。



ωLは交流では抵抗の様なはたらきをしている。このωLをコイルの「　**リアクタンス**　」といい、単位は抵抗と同じΩである。コイルのリアクタンスは角周波数ωに比例しているため、角周波数が「　**大きい**　」ほど電流は流れにくい。

コイルで消費される電力は$P=IV$より

$$P=-\frac{I_0V_0}{2}\sin 2\omega t$$

となり、$\overline{P}=0$となる。コイルのみを交流につないだ場合、電力は消費されない。

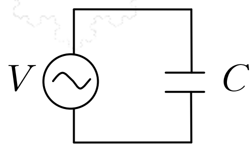
＊＊＊

4　交流とコンデンサー

コンデンサーに交流電圧をかける場合を考える。コンデンサーの電気容量ををC[F]、交流電圧V[V]とする。いま

$$V=V_0\sin\omega t$$

であるとすると、$Q=CV$から



$$Q=CV_0\sin\omega t$$

となる。コンデンサーに流れ込む電流をI[A]とすると

$$I=\frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

電流は電荷の流れ込む量

であるから、$Q=CV_0\sin\omega t$を満たす電流Iは

$$I=\omega CV_0\cos\omega t=\omega CV_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

となる。ここで、$I_0=\omega CV_0$とおけば

$$I=I_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

と表すことができる。電圧$V=V_0\sin\omega t$と比べると、コンデンサーの電流は電圧よりも位相が$\frac{\pi}{2}$

「　**進んでいる**　」ことがわかる。

電流を表す式で、

$$I_0=\omega CV_0=\frac{V_0}{\left(\dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

であるから、$\dfrac{1}{\omega C}$ が交流では抵抗の様なはたらきをしている。この $\dfrac{1}{\omega C}$ をコンデンサーの

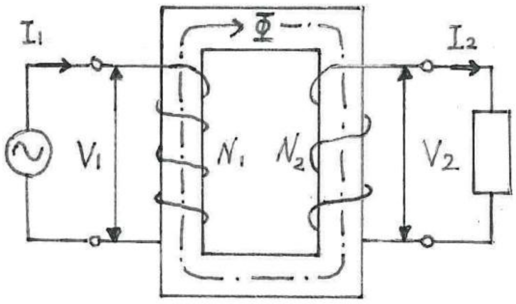
「　**リアクタンス**　」といい、単位は抵抗と同じΩである。コンデンサーのリアクタンスは角周波数ωに反比例しているため、角周波数が「　**小さい**　」ほど電流は流れにくい。

コンデンサーで消費される電力の平均$\overline{P}$はコイルと同じく$\overline{P}=0$となる。コンデンサーのみを交流につないだ場合、電力は消費されない。

＊＊＊

5　変圧器

相互誘導を利用して交流電圧を上げたり下げたりする装置を「　**変圧器**　」という。変圧器は鉄心にコイルを２つ巻いたものである。２つのコイルを１次コイル、２次コイルといい、巻き数をそれぞれN_1、N_2とする。１次コイルに交流電圧V_1をかけると鉄心中に変化する磁束Φ[Wb]が生じる。磁束は鉄心からほとんど漏れずに２つのコイルをつらぬく。１次コイルに加える交流電圧をV_1とすると、１次コイル側にキルヒホッフの第２法則を使って



$$V_1-N_1\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=0$$

が成り立つ。２次コイルに起きる電圧をV_2とすると

$$V_2=N_2\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

であるから、２つの式より

$$\frac{V_1}{N_1}=-\frac{V_2}{N_2}$$

となる。電圧の実効値をそれぞれV_{1e}、V_{2e}とすると

$$\frac{V_{2e}}{V_{1e}}=\frac{N_2}{N_1}$$

が成り立つ。この式から、コイルの巻き数を変えるだけで、電圧をV_{1e}からV_{2e}へ変化させることができることが分かる。また、電流の実効値をI_{1e}、I_{2e}とすると

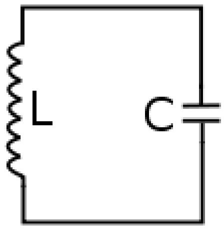
$$I_{1e}V_{1e}=I_{2e}V_{2e}$$

が成り立つ。すなわち、１次側と２次側の電力は等しい。

＊＊＊

6　電気振動

　充電したコンデンサーをコイルにつなぐとコイルにかかる電圧は振動しながら減衰していく。このような現象を「　**電気振動**　」という。このとき流れる電流を「　**振動電流**　」という。減衰は回路の抵抗（導線の抵抗）によって起こる。

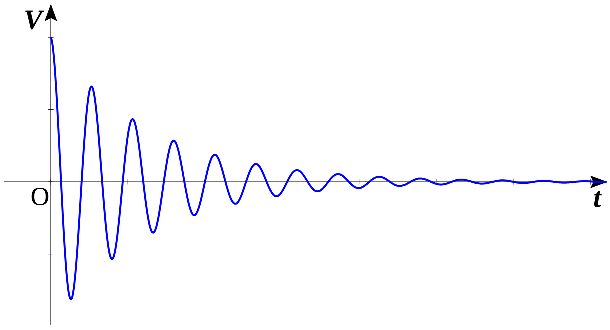


　電圧（電流）の角周波数ω_0はコンデンサーの電気容量Cとコイルの自己インダクタンスLによって決まり

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

である。周波数f_0は

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



となる。このf_0を「　**固有周波数**　」という。

☆電気振動のエネルギー

　一般に電気振動は減衰するが、回路内の抵抗を０とすれば減衰は起きない。減衰が無ければコンデンサーとコイルのエネルギーの和は保存される。つまり、

$$\frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2}LI^2 = 一定$$

となる。エネルギーはコンデンサーとコイルの間を移動するが、和は変わらない。

＊＊＊

7　直列共振回路

　抵抗、コイル、コンデンサーを直列に並べて両端に交流電圧をかける。このとき電圧の実効値が同じでも周波数によって流れる電流が変わる。流れる電流が最大の周波数を「　**共振周波数**　」という。また、このような回路を共振回路という。共振周波数f_0は実験により

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

であることがわかる。電波による交流電圧を共振回路に取り込むことにより、特定の周波数のみを受信することができる。